

# Формирование неоднородно поляризованного светового пучка на суммарной частоте двумя сфокусированными в хиральную среду коллинеарными эллиптически поляризованными гауссовыми пучками

С.Н.Волков, В.А.Макаров, И.А.Пережогин

*Исследовано распределение поляризации светового поля в плоскости поперечного сечения пучка на суммарной частоте, возникающего при коллинеарном взаимодействии двух эллиптически поляризованных пучков с гауссовым профилем в нелинейной изотропной гиротропной среде. Показано, что степень эллиптичности, угол поворота главной оси эллипса поляризации, а также направление вращения вектора электрического поля излучения на суммарной частоте существенно образом меняются в плоскости поперечного сечения в зависимости от угла в полярной системе координат. Найдены области значений параметров эллиптически поляризованных гауссовых пучков основных волн, при которых поперечное сечение пучка на суммарной частоте разбивается на сектора с различным направлением вращения вектора электрического поля. Уравнения прямых, определяющих границы этих секторов, содержат параметры, задающие форму и ориентацию эллипсов поляризации волн основного излучения, и отношение их волновых векторов. При противоположно направленных циркулярных поляризациях этих волн степень эллиптичности пучка на суммарной частоте не меняется в плоскости поперечного сечения, при этом главные оси эллипсов поляризации светового поля ориентированы перпендикулярно радиусу в полярной системе координат.*

**Ключевые слова:** генерация суммарной частоты, эллиптическая поляризация, гауссов пучок, пространственная дисперсия, гиротропия.

## 1. Введение

При описании поляризационного самовоздействия и взаимодействия световых пучков, как правило, стараются получить систему нелинейных уравнений для медленно меняющихся комплексных амплитуд линейно или циркулярно поляризованных ортогональных компонент светового поля [1]. Ее решение позволяет проанализировать [2] изменения интенсивности  $I(r, z)$ , степени эллиптичности  $M(r, z)$ , угла поворота главной оси эллипса поляризации  $\Psi(r, z)$  и угла  $\alpha(r, z)$ , определяющего ориентацию вектора электрического поля в фиксированный момент времени (отсчитываемый, например, от главной оси эллипса поляризации), в различных точках поперечного сечения распространяющегося вдоль оси  $z$  светового пучка ( $r$  – составляющая радиуса-вектора в плоскости  $xу$ ).

Наиболее удобной формой представления результатов, наглядно показывающей различный характер распределения поляризации светового поля в плоскости, перпендикулярной оси распространения, является изображение эллипсов поляризации, построенных в различных точках поперечного сечения [2]. При этом сумма

квадратов длин полуосей изображенного эллипса пропорциональна интенсивности в его центре, отношение полуосей однозначно определяется параметром  $M(r, z)$ , а угол наклона его главной оси равен углу  $\Psi(r, z)$ . Ориентация вектора электрического поля в фиксированный момент времени ( $\alpha(r, z)$ ) характеризует фазу его колебаний.

Проведенные теоретические и экспериментальные исследования дают возможность в настоящее время со всей определенностью утверждать [3], что эффекты поляризационного самовоздействия и взаимодействия волн – тонкие, но широко распространенные эффекты нелинейной оптики. Состояния поляризации падающих на нелинейную среду волн определяющим образом влияют на процессы нелинейно-оптического взаимодействия и самовоздействия света, и потому трудоемкий учет изменения поляризации взаимодействующих волн оправдан и представляет интерес. Однако он проводится, как правило, в приближении плоских волн. В случае пучков обычно ограничиваются рассмотрением линейной поляризации волн, падающих на нелинейную среду, или анализом изменения эллиптической поляризации с ростом координаты распространения вблизи их осей [4, 5]. Причиной этого является не только большая громоздкость получаемых в задачах нелинейной оптики формул для  $I(r, z)$ ,  $M(r, z)$ ,  $\Psi(r, z)$  и  $\alpha(r, z)$  (иногда выраженных в квадратурах) и сложность интерпретации найденных зависимостей, но и отсутствие стимулирующих экспериментов. Кроме того, многие эффекты нелинейно-оптического изменения частоты оказываются запрещенными в плоско-волновом приближении [6], но вполне возможны при учете пространственной ограниченности световых пучков [4], и поэтому в первую очередь обсуждается возможность появления сигнальной волны.

S.N.Volkov. University of Toronto, Department of Physics, 60 St. George Street, Toronto, Ontario, M5S 1A7, Canada

В.А.Макаров. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет и Международный учебно-научный лазерный центр МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: vamaكارov@phys.msu.ru

И.А.Пережогин. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: iar1@mail.ru

Поступила в редакцию 13 марта 2006 г., после доработки – 6 июня 2006 г.

Сказанное выше в значительной степени относится к задаче о генерации суммарной частоты в объеме изотропной хиральной среды (симметрия  $\infty \infty$ ) двумя сфокусированными соосными гауссовыми пучками, распространяющимися в одном направлении и имеющими общую плоскость перетяжки [7]. Появление сигнала на суммарной частоте в этом случае связано с локальной электродипольной оптической восприимчивостью  $\hat{\chi}^{(2)}(\omega_1 + \omega_2; \omega_1; \omega_2)$  и запрещено в плосковолновом приближении, т. к. вектор поляризации вещества на суммарной частоте, порождаемый двумя плоскими волнами накачки с параллельными волновыми векторами, имеет только продольную составляющую и не может стать источником свободной поперечной сигнальной волны. Пространственно ограниченные пучки имеют небольшие (первого порядка малости по углу расходимости) продольные компоненты электромагнитного поля (чтобы удовлетворить условию  $\text{div } \mathbf{E}(\omega_{1,2}) = 0$  в вакууме), наличие которых делает генерацию суммарной частоты в указанной геометрии взаимодействия возможной для экспериментального обнаружения.

Генерация суммарной частоты в объеме хиральной среды двумя сфокусированными соосными гауссовыми пучками была рассмотрена в [7]. Данная задача актуальна с точки зрения выявления возможных механизмов, ответственных за появление экспериментально обнаруженной когерентной второй гармоники [6] в объеме изотропной нецентросимметричной суспензии фрагментов пурпурных мембран бактерий *Halobacterium halobium* при распространении в ней линейно поляризованного лазерного импульса.

В [7] были получены квадратурные формулы для напряженности электрического поля и мощности волны на суммарной частоте, а также найдены аналитические выражения для этих величин при точном фазовом синхронизме и жесткой фокусировке пучков основного излучения в центр протяженной среды. Показано, что в последнем случае генерация суммарной частоты невозможна при  $\Delta k = k_1 + k_2 - k_{sf} < 0$  (где  $k_1$ ,  $k_2$  и  $k_{sf}$  – волновые числа распространяющихся в среде эллиптически поляризованных электромагнитных волн с частотами  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_{sf} = \omega_1 + \omega_2$  соответственно), а для некоторого положительного  $\Delta k$  достигается квазисинхронизм. В последнем случае поперечное распределение интенсивности пучка на суммарной частоте имеет вид кольца, радиус которого растет при увеличении  $\Delta k$ . Всесторонне исследована также зависимость мощности волны на суммарной частоте от состояний поляризации пучков основного излучения. Полученные результаты свидетельствуют не только об осуществимости, но и о возможной перспективности использования такой геометрии взаимодействия пучков основного излучения для достижения квазисинхронизма.

Пространственное распределение поляризации светового поля в плоскости, перпендикулярной направлению распространения сигнальной волны на суммарной частоте, ни в классической работе [8], ни позже (см., напр., [9–14]) не исследовалось. Единственное исключение – построенное в [7] распределение поля в поперечном сечении пучка на суммарной частоте в простейшем случае линейно поляризованных волн основного излучения.

В настоящей работе мы представляем результаты исследования формирования неоднородно поляризованного в плоскости поперечного сечения светового пучка в

объеме изотропной хиральной среды при генерации суммарной частоты двумя сфокусированными коллинеарными однородно эллиптически поляризованными гауссовыми пучками. Построенные на основе полученных формул изображения эллипсов поляризации в различных точках поперечного сечения светового пучка на суммарной частоте иллюстрируют сильную зависимость интенсивности, параметров эллипса поляризации светового поля и угла ориентации  $\alpha(\mathbf{r}, z)$  вектора электрического поля в фиксированный момент времени от поперечных координат. Сложный характер зависимости  $\alpha(\mathbf{r}, z = \text{const})$  обусловлен сильно меняющейся разностью фаз колебаний электрического поля в различных точках поперечного сечения светового пучка в фиксированный момент времени. Заметим, что в плосковолновом приближении  $\alpha(\mathbf{r}, z) \equiv 0$  при любых  $\mathbf{r}$  и  $z$ .

## 2. Постановка задачи и ее аналитическое решение

Понятия «поперечная» и «продольная» составляющие электрического поля электромагнитной волны удобны лишь в случае плоских волн. Пучок естественно представить как суперпозицию плосковолновых пространственных фурье-гармоник, волновые векторы которых неколлинеарны, и поэтому даже в том случае, если поле в пучке поляризовано перпендикулярно его оси, оно все равно должно иметь небольшую продольную составляющую. Естественным обобщением этих двух понятий являются пучки так называемых вихревого и потенциального типов. Они соответственно задаются условиями  $\text{div } \mathbf{E} = 0$  и  $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ . Несложно заметить, что при таком определении каждая пространственная фурье-гармоника пучка потенциального или вихревого типа является соответственно продольной или поперечной плоской волной, а потому все специфические свойства продольных или поперечных электромагнитных волн будут «унаследованы» соответственно пучками потенциального или вихревого типа.

Отметим, что пучок потенциального типа имеет небольшую составляющую поля, направленную перпендикулярно его оси, а пучок вихревого типа – небольшую продольную компоненту. Эти составляющие являются величинами первого порядка малости по углу расходимости пучка. Пучок потенциального типа, как известно, не может распространяться свободно, и существует лишь внутри среды, будучи «привязанным» к соответствующей волне поляризации вещества. Достигнув поверхности, он, в силу граничных условий, даст вклад в свободную волну, однако этот вклад должен учитываться как часть сигнала от поверхности. В настоящей работе, как и в [5, 7], мы будем рассматривать электромагнитные волны на суммарной частоте только вихревого типа, т. к. лишь они образуются в толще среды.

Пусть оси симметрии обоих однородно эллиптически поляризованных гауссовых пучков основного излучения с  $\mathbf{E}_m(\mathbf{r})$  ( $m = 1, 2$ ), распространяющихся в нелинейной изотропной гиротропной среде, совпадают с осью  $z$ , а плоскость перетяжки при  $z = l_0$  у них общая, тогда

$$\mathbf{E}_m(\mathbf{r}) = [\mathbf{e}_m + ik_m^{-1} \mathbf{e}_z (\mathbf{e}_m \nabla)] \times \frac{E_{0m}}{\beta_m(z)} \exp \left[ -i\omega_m t + ik_m(z - l_0) - \frac{r^2}{w_m^2 \beta_m(z)} \right]. \quad (1)$$

Здесь  $\nabla = \partial/\partial r$ ;  $\beta_m(z) = 1 + i(z - l_0)/l_{dm}$ ;  $l_{dm} = k_m w_m^2/2$  – дифракционная длина;  $w_m$  – полуширина пучка в плоскости перетяжки;  $E_{0m}$  – скалярная комплексная амплитуда;  $e_m$  – комплексный вектор поляризации пучка с частотой  $\omega_m$  ( $|e_m(r, t)|^2 = 1$ );  $e_z$  – единичный вектор вдоль оси  $z$ . Заметим, что выражение (1) удовлетворяет уравнению  $\text{div } E = 0$  с точностью до слагаемых первого порядка малости по углу расходимости. Волновое число  $k_m$  будем считать одинаковым для волн с правой и левой круговыми поляризациями, пренебрегая, тем самым, линейным поглощением и линейной гирацией. Учет последней приводит лишь к появлению малых поправок к достаточно сложным аналитическим формулам.

Решение параболического уравнения для медленно меняющейся амплитуды  $A$  вихревой составляющей поля  $E_{\perp}^{\text{sf}} = A \exp[-i\omega_{\text{sf}}t + ik_{\text{sf}}(z - l_0)]$  сигнальной волны на суммарной частоте, в правой части которого находится вихревая составляющая вектора поляризации вещества  $P(\omega_{\text{sf}}; r) = \chi^{(2)}[E_1(r)E_2(r)]$ , было найдено в [7] в квадратурах:

$$A(r, z) = \sqrt{2}F_0(r, z) \left\{ (e_1 r)[e_z e_2] + \frac{k_1}{k_{\text{sf}}} r(e_z[e_1 e_2]) \right\}, \quad (2)$$

где

$$F_0(r, z) = \frac{\sqrt{2}\pi i k_{\text{sf}} \chi^{(2)} E_{01} E_{02} (l_{d2} - l_{d1}) l_s}{\varepsilon_{\text{sf}} l_{d1} l_{d2} [1 + i(z - l_0)/l_s]^2} J(r, -l_0, z - l_0); \quad (3)$$

$\varepsilon_{\text{sf}}$  – диэлектрическая проницаемость вещества на частоте  $\omega_1 + \omega_2$ ;  $\chi^{(2)} = \chi_{xyz}^{(2)}(\omega_{\text{sf}}; \omega_1; \omega_2)$  – единственная независимая компонента тензора квадратичной локальной оптической восприимчивости среды;  $l_s = (k_1 + k_2)w_s^2/2$ ;  $w_s^{-2} = w_1^{-2} + w_2^{-2}$ . Безразмерный интеграл  $J(z)$  определяет зависимость  $E_{\perp}^{\text{sf}}$  от координаты распространения:

$$J(r, -l_0, z - l_0 \equiv l_s \zeta) = \int_{-l_0/l_s}^{\zeta} d\zeta' \frac{(1 + i\zeta')^2}{B^2(\zeta', \zeta)} \times \exp \left[ i v_{\text{sf}} \zeta' - \frac{r^2}{w_s^2} \frac{1 + i l_s^2 \zeta' / (l_{d1} l_{d2})}{B(\zeta', \zeta)} \right], \quad (4)$$

где  $\zeta = (z - l_0)/l_s$  – нормированная координата распространения;  $v_{\text{sf}} = \Delta k l_s$ ;  $\Delta k$  – определенная ранее расстройка волновых векторов;

$$B(\zeta', \zeta) = \left( 1 + i \frac{l_s}{l_{d1}} \zeta' \right) \left( 1 + i \frac{l_s}{l_{d2}} \zeta \right) - i \frac{2l_s}{k_{\text{sf}} w_s^2} (\zeta' - \zeta) \left( 1 + i \frac{l_s \zeta'}{l_{d1} l_{d2}} \right). \quad (5)$$

Поле  $E^{\text{sf}}$  полностью характеризуется нормированной интенсивностью  $I(r, z) = |A|^2$ , степенью эллиптичности  $M(r, z) = 2 \text{Im}(A_x A_y^*) / |A|^2$  (отметим, что  $-1 \leq M \leq 1$ ), углом поворота главной оси эллипса поляризации

$$\Psi(r, z) = 0.5 \arg \{ |A_x|^2 - |A_y|^2 + 2i \text{Re}(A_x A_y^*) \}, \quad (6)$$

а также углом

$$\alpha(r, z, t) = \arg \{ \cos[\theta(r, z, t)] + i \gamma(r, z) \sin[\theta(r, z, t)] \}, \quad (7)$$

определяющим ориентацию вектора электрического поля в момент времени  $t$ , отсчитываемый, например, от главной оси эллипса поляризации. В формуле (7)

$$\theta(r, z, t) = 0.5 \arg \{ (A_x^2 + A_y^2) \times \exp[-2i\omega_{\text{sf}}t + 2ik_{\text{sf}}(z - l_0)] \}, \quad (8)$$

$$\gamma(r, z) = \frac{[1 + M(r, z)]^{1/2} - [1 - M(r, z)]^{1/2}}{[1 + M(r, z)]^{1/2} + [1 - M(r, z)]^{1/2}}. \quad (9)$$

Зависимость  $\tilde{\alpha}(r, z) = \alpha(r, z, t = k_{\text{sf}}(z - l_0)/\omega_{\text{sf}})$  от  $r$  описывает изменение фазы колебаний поля в различных точках поперечного сечения пучка, а параметр  $|\gamma|$  равен отношению осей эллипса поляризации в точке с координатами  $r, z$ . Конец вектора электрического поля неравномерно движется по эллипсу поляризации с угловой скоростью

$$\dot{\alpha}(r, z, t) = \frac{-\gamma(r, z)\omega_{\text{sf}}}{\cos^2[\theta(r, z, t)] + \gamma(r, z)^2 \sin^2[\theta(r, z, t)]}. \quad (10)$$

При этом среднее за период значение  $\dot{\alpha}(r, z, t)$  равно  $\omega$ . Заметим, что направление вращения вектора электрического поля (знак  $\dot{\alpha}(r, z, t)$ ) определяется знаком  $M(r, z)$ .

Используя (2)–(5), легко получить, что

$$I(r, \varphi, z) = |rF_0(r, z)|^2 (1 - \kappa(1 - \kappa)) \times \{ 1 - [(1 - M_{01}^2)(1 - M_{02}^2)]^{1/2} \cos 2\Psi_2 - M_{01}M_{02} \} + \text{Re} \{ \exp(2i\varphi) [\kappa \exp(-2i\Psi_2)(1 - M_{02}^2)^{1/2} + (1 - \kappa)(1 - M_{01}^2)^{1/2}] \}, \quad (11)$$

$$M(\varphi) = -(M_{01} + (1 - \kappa)M_{02} + \text{Re} \{ \exp(2i\varphi) \times [\kappa \exp(-2i\Psi_2)M_{01}(1 - M_{02}^2)^{1/2} + (1 - \kappa)M_{02}(1 - M_{01}^2)^{1/2}] \}) (1 - \kappa(1 - \kappa) \{ 1 - M_{01}M_{02} - [(1 - M_{01}^2)(1 - M_{02}^2)]^{1/2} \cos 2\Psi_2 \} + \text{Re} \{ \exp(2i\varphi) \times [\kappa \exp(-2i\Psi_2)(1 - M_{02}^2)^{1/2} + (1 - \kappa)(1 - M_{01}^2)^{1/2}] \})^{-1}, \quad (12)$$

$$\Psi(\varphi) = 0.5 \arg \{ -2[(1 - M_{02}^2)^{1/2} \exp(2i\Psi_2)(1 - \kappa) + (1 - M_{01}^2)^{1/2} \kappa] + \exp(2i\varphi) \{ \kappa^2 [(1 + M_{01})(1 - M_{02}) - 2[(1 - M_{01}^2)(1 - M_{02}^2)]^{1/2} \cos 2\Psi_2 + (1 - M_{01})(1 + M_{02})] - \kappa [(1 + M_{01})(1 - M_{02}) - 2[(1 - M_{01}^2)(1 - M_{02}^2)]^{1/2}] \} \times \exp(2i\Psi_2) + (1 - M_{01})(1 + M_{02}) \} - [(1 - M_{01}^2)(1 - M_{02}^2)]^{1/2} \exp(2i\Psi_2) \} - \exp(-2i\varphi) \times [[(1 - M_{01}^2)(1 - M_{02}^2)]^{1/2} \exp(2i\Psi_2)], \quad (13)$$

$$\tilde{\alpha}(r, \varphi, z) = \arg \{ 0.5 \exp(-i\varphi) \{ [(1 + M_{01})(1 + M_{02})]^{1/2} \times \exp(2i\Psi_2) rF_0(r, z) - [(1 - M_{01})(1 - M_{02})]^{1/2} rF_0^*(r, z) \} +$$

$$\begin{aligned}
 &+ i \exp(i\varphi) \left\{ \kappa \left[ (1 + M_{01})(1 - M_{02}) \right]^{1/2} \operatorname{Im}[rF_0(r, z)] \right. \\
 &- \left. \left[ (1 - M_{01})(1 + M_{02}) \right]^{1/2} \operatorname{Im}[rF_0(r, z) \exp(2i\Psi_2)] \right\} \\
 &+ \left\{ (1 - M_{01})(1 + M_{02}) \right\}^{1/2} \operatorname{Im}[rF_0(r, z) \exp(i\Psi_2)] \exp(i\Psi_2) \left. \right\} \\
 &- 0.5 \arg \left\{ -2 \left[ (1 - M_{02}^2)^{1/2} \exp(2i\Psi_2)(1 - \kappa) \right. \right. \\
 &+ \left. \left. (1 - M_{01}^2)^{1/2} \kappa \right] + \exp(2i\varphi) \right\} \\
 &\times \left\{ 2\kappa^2 \left[ 1 - M_{01}M_{02} - \left[ (1 - M_{01}^2)(1 - M_{02}^2) \right]^{1/2} \cos 2\Psi_2 \right] \right. \\
 &- 2\kappa \left[ 1 - M_{01}M_{02} - \left[ (1 - M_{01}^2)(1 - M_{02}^2) \right]^{1/2} \exp(2i\Psi_2) \right] \\
 &- \left. \left[ (1 - M_{01}^2)(1 - M_{02}^2) \right]^{1/2} \exp(2i\Psi_2) \right\} \\
 &- \exp(-2i\varphi) \left\{ \left[ (1 - M_{01}^2)(1 - M_{02}^2) \right]^{1/2} \exp(2i\Psi_2) \right\}, \quad (14)
 \end{aligned}$$

где  $\varphi$  – полярный угол, определяющий направление вектора  $\mathbf{r}$  ( $0 < \varphi < 2\pi$ );  $\Psi_2$  – угол между главными осями эллипсов поляризации волн основного излучения на входе в среду, одинаковый во всех точках плоскости  $z = 0$ ;  $M_{0m}$  – степени эллиптичности этих волн;  $\kappa = 1/(1 + k_2/k_1)$ . Начало полярной системы координат находится на оси пучка. Прямая  $\varphi = 0$  параллельна главной оси эллипса поляризации волны  $\mathbf{E}_1(\mathbf{r})$ . Рассматриваемая среда имеет симметрию  $\infty \infty$ , и поэтому такой выбор системы координат не нарушает общности рассмотрения. При выводе формул (11)–(14) учитывались лишь члены, линейные по малым параметрам  $1/(k_1 w_1)$  и  $1/(k_2 w_2)$  (фактически, по углам расходимости пучков накачки).

### 3. Результаты и их обсуждение

Структура зависимости интенсивности сигнальной волны (формула (11)) от полярного угла  $\varphi$  при фиксированных значениях  $r$  и  $z$  достаточно проста:

$$I(r, \varphi, z) \sim \sigma_1 \cos 2\varphi + \sigma_2 \sin 2\varphi + \sigma_3, \quad (15)$$

где  $\sigma_{1,2,3} = \sigma_{1,2,3}(M_{01}, M_{02}, \Psi_2, \kappa)$ . Максимальное значение  $I$  достигается на прямых  $\varphi = \varphi_0$  и  $\varphi = \varphi_0 + \pi$  ( $0 \leq 2\Psi_2 <$

$< \pi/2$ ) или  $\varphi = \varphi_0 + \pi/2$  и  $\varphi = \varphi_0 + 3\pi/2$  ( $\pi/2 < \Psi_2 < \pi$ ), а минимальное – на прямых  $\varphi = \varphi_0 + \pi/2$  и  $\varphi = \varphi_0 + 3\pi/2$  ( $0 \leq \Psi_2 < \pi/2$ ) или  $\varphi = \varphi_0$  и  $\varphi = \varphi_0 + \pi$  ( $\pi/2 \leq \Psi_2 < \pi$ ). В последних формулах

$$\varphi_0 = \frac{1}{2} \operatorname{arccot} \left( \cot 2\Psi_2 + \frac{R}{\sin 2\Psi_2} \right), \quad (16)$$

где  $R = (k_2/k_1)[(1 - M_{01}^2)/(1 - M_{02}^2)]^{1/2}$ . Заметим, что  $\varphi_0 = \Psi_2$  при  $R = 0$ . Если  $\Psi_2 = \pi/2$ , максимум достигается на прямой  $\varphi = 0$  ( $R > 1$ ) или  $\varphi = \pi/2$  ( $R < 1$ ), а минимум – на прямой  $\varphi = \pi/2$  ( $R > 1$ ) или  $\varphi = 0$  ( $R < 1$ ). При циркулярной поляризации обеих волн основного излучения либо при  $R = 1$  и  $\Psi_2 = \pi/2$  распределение интенсивности радиально симметрично ( $I$  не зависит от  $\varphi$ ).

Корни уравнения  $M(\varphi) = 0$  задают полярные углы, определяющие в плоскости поперечного сечения направления проходящих через центр пучка прямых, на которых излучение на суммарной частоте поляризовано линейно. При неотрицательных значениях параметра

$$\begin{aligned}
 D &= M_{01}M_{02} \left\{ [2\kappa(1 - \kappa) - 1]M_{01}M_{02} \right. \\
 &+ \left. 2\kappa(1 - \kappa) \left[ \cos 2\Psi_2 \left[ (1 - M_{01}^2)(1 - M_{02}^2) \right]^{1/2} - 1 \right] \right\} \quad (17)
 \end{aligned}$$

существуют две такие прямые  $\varphi = \varphi_+$  и  $\varphi = \varphi_-$ , где

$$\begin{aligned}
 \varphi_{\pm} &= \arctan \left\{ \left[ \kappa \sin(2\Psi_2)M_{01} \left( 1 - M_{02}^2 \right)^{1/2} \pm \sqrt{D} \right] \right. \\
 &\times \left. \left\{ \kappa M_{01} \left[ \left( 1 - M_{02}^2 \right)^{1/2} \cos 2\Psi_2 - 1 \right] \right. \right. \\
 &+ \left. \left. (1 - \kappa)M_{02} \left[ \left( 1 - M_{02}^2 \right)^{1/2} - 1 \right] \right\}^{-1} \right\}. \quad (18)
 \end{aligned}$$

Пучок делится ими на четыре сектора так, что направления вращения вектора напряженности электрического поля  $\mathbf{E}_{\perp}^{\text{sf}}(r, \varphi)$  в соседних секторах противоположны.

Сказанное выше иллюстрирует рис. 1, а, где в качестве примера изображены эллипсы поляризации в отдельных точках плоскости поперечного сечения пучка на суммарной частоте. Сумма квадратов длин полуосей каждого эллипса пропорциональна интенсивности в его центре (задаваемом радиусом-вектором  $\mathbf{r}$ ), отношение полуосей эллипса однозначно выражается через  $M(\mathbf{r})$ , а угол наклона главной оси совпадает с углом  $\Psi(\mathbf{r})$ . Направление вектора электрического поля в фиксированный мо-

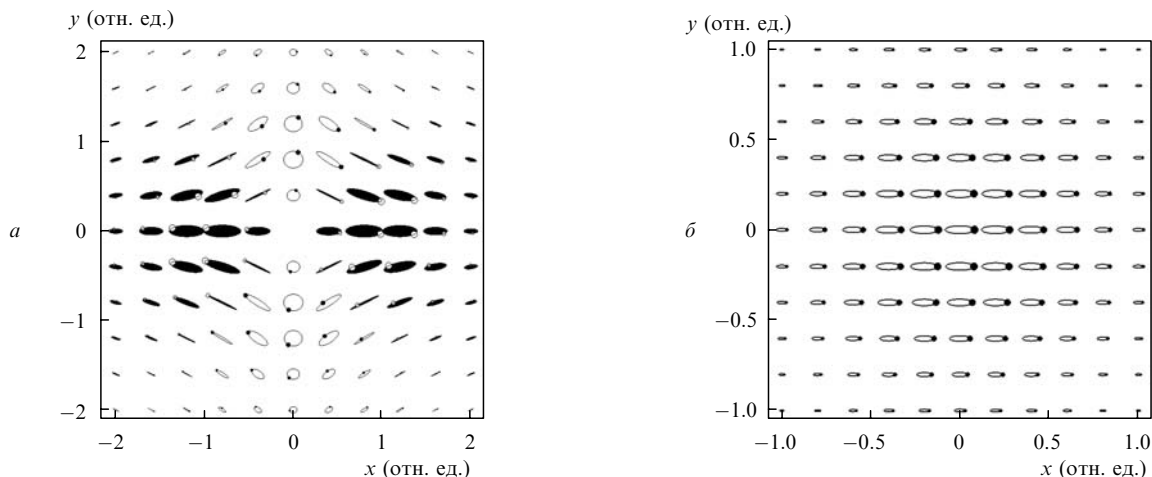


Рис.1. Поперечные пространственные распределения поляризации пучка на суммарной частоте при  $M_{01} = 0.6$ ,  $M_{02} = -0.4$ ,  $\Psi_2 = \pi/2$ ,  $k_2/k_1 = 2$  (а) и одного из пучков основного излучения при  $M_{01} = 0.5$  (б).

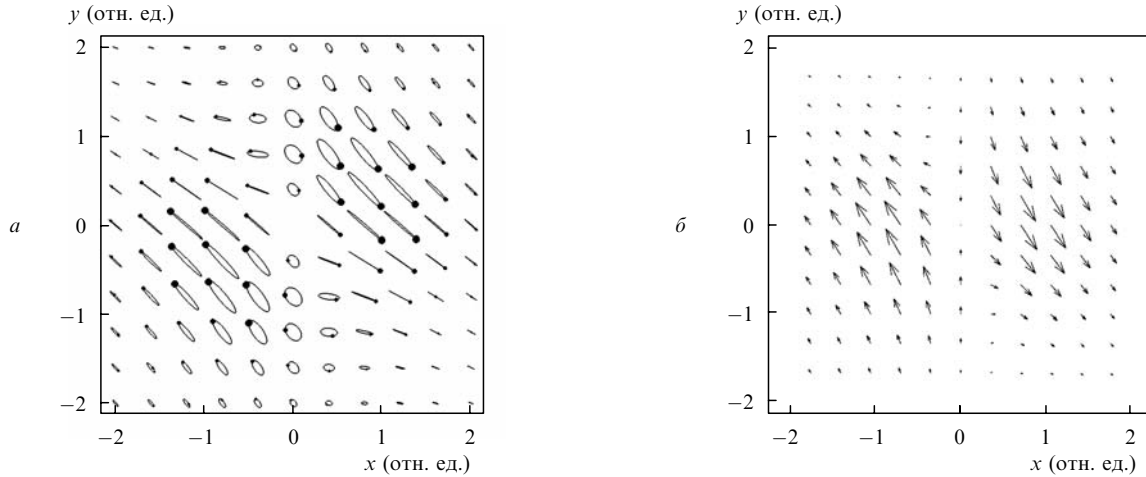


Рис.2. Поперечные пространственные распределения поляризации пучка на суммарной частоте при  $M_{01} = 0.6, M_{02} = 0, \Psi_2 = \pi/3, k_2/k_1 = 2$  (a) и  $M_{01} = 0, M_{02} = 0, \Psi_2 = \pi/4, k_2/k_1 = 2$  (б).

мент времени в точке, задаваемой вектором  $\mathbf{r}$ , определено маленьким кружком на границе эллипса. Светлые эллипсы соответствуют вращению вектора  $\mathbf{E}_\perp^{\text{sf}}$  по часовой стрелке, темные – вращению в противоположном направлении. Хорошо видно, что излучение на суммарной частоте поляризовано неоднородно. Можно найти области пучка с линейной ( $M(r, \varphi) = 0$ ), эллиптической ( $-1 < M(r, \varphi) < 1$ ) и циркулярной ( $M(r, \varphi) = \pm 1$ ) поляризациями, причем направление вращения вектора электрического поля с ростом  $\varphi$  может меняться на противоположное. Также хорошо заметны изменение интенсивности с ростом  $\varphi$  (при фиксированном  $r$ ), задаваемое формулой (15), и сильная зависимость  $\tilde{\alpha}$  от  $\mathbf{r}$ . Для сравнения на рис.1,б показано поперечное распределение поляризации для одного из пучков основного излучения. В отличие от рис.1,а, все эллипсы здесь ориентированы одинаково, имеют равный эксцентриситет, а  $\tilde{\alpha}(\mathbf{r}, z) \equiv 0$ .

При  $D = 0$  прямые  $\varphi = \varphi_+$  и  $\varphi = \varphi_-$  совпадают и направление вращения вектора электрического поля в плоскости поперечного сечения пучка на суммарной частоте не изменяется (рис.2,а). Если  $M_{01} = 0$ , а  $M_{02} \neq 0$  ( $M_{01} \neq 0$  и  $M_{02} = 0$ ), то поле  $\mathbf{E}_\perp^{\text{sf}}$  будет иметь линейную поляризацию только на прямой  $\varphi = \pi/2$  ( $\varphi = \pi/2 + \Psi_2$ ). Пучок на суммарной частоте будет линейно поляризован во всех точках поперечного сечения только при  $M_{01} = M_{02} = 0$ , однако направление колебаний поля  $\mathbf{E}_\perp^{\text{sf}}$  будет совпадать

с вектором  $\mathbf{r}$  только на прямых  $\varphi = \pi/2$  и  $\varphi = \pi/2 + \Psi_2$  (рис.2,б).

На рис.3,а изображены эллипсы поляризации в отдельных точках плоскости поперечного сечения пучка на суммарной частоте при  $D < 0$ . В этом случае  $M(\varphi) \neq 0$  и направление вращения вектора электрического поля не меняется. При противоположно направленных циркулярных поляризациях пучков основного излучения степень эллиптичности волн на суммарной частоте не зависит от  $r$  и  $\varphi$ :

$$M(\varphi; M_{01} = \pm 1, M_{02} = \mp 1) = \pm 1 \mp \frac{(k_2/k_1)^2}{1 + (k_2/k_1)^2}, \quad (19)$$

а главные оси эллипсов поляризации ориентированы азимутально (рис.3,б).

На рис.4 показано типичное расположение областей значений степеней эллиптичности основных волн  $M_{01,02}$ , где реализуются описанные выше изменения поляризации излучения на суммарной частоте, при разных значениях  $\Psi_2$  и  $k_2/k_1$ . Области, где  $D > 0$ , – светлые, а области, где  $D < 0$ , – серые, на жирных линиях  $D = 0$ . При одинаковых знаках  $M_{01}$  и  $M_{02}$  излучение всегда эллиптически поляризовано, а направление вращения вектора электрического поля не меняется. Необходимым условием появления областей с различными (линейной, эллиптической и циркулярной) поляризациями и с противополож-

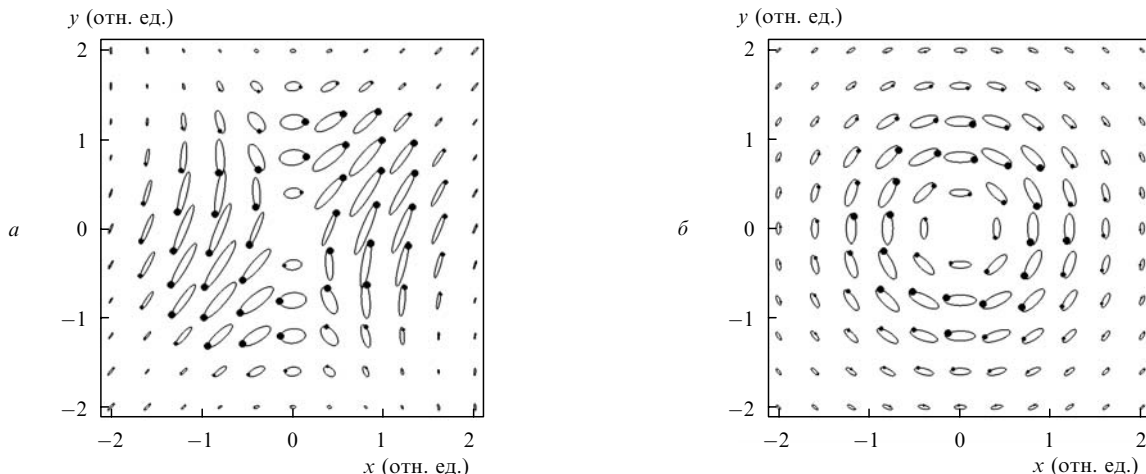


Рис.3. Поперечные пространственные распределения поляризации пучка на суммарной частоте при  $M_{01} = 0.4, M_{02} = 0.2, \Psi_2 = 5\pi/12, k_2/k_1 = 2$  (a) и  $M_{01} = 1, M_{02} = -1, k_2/k_1 = 2$  (б).

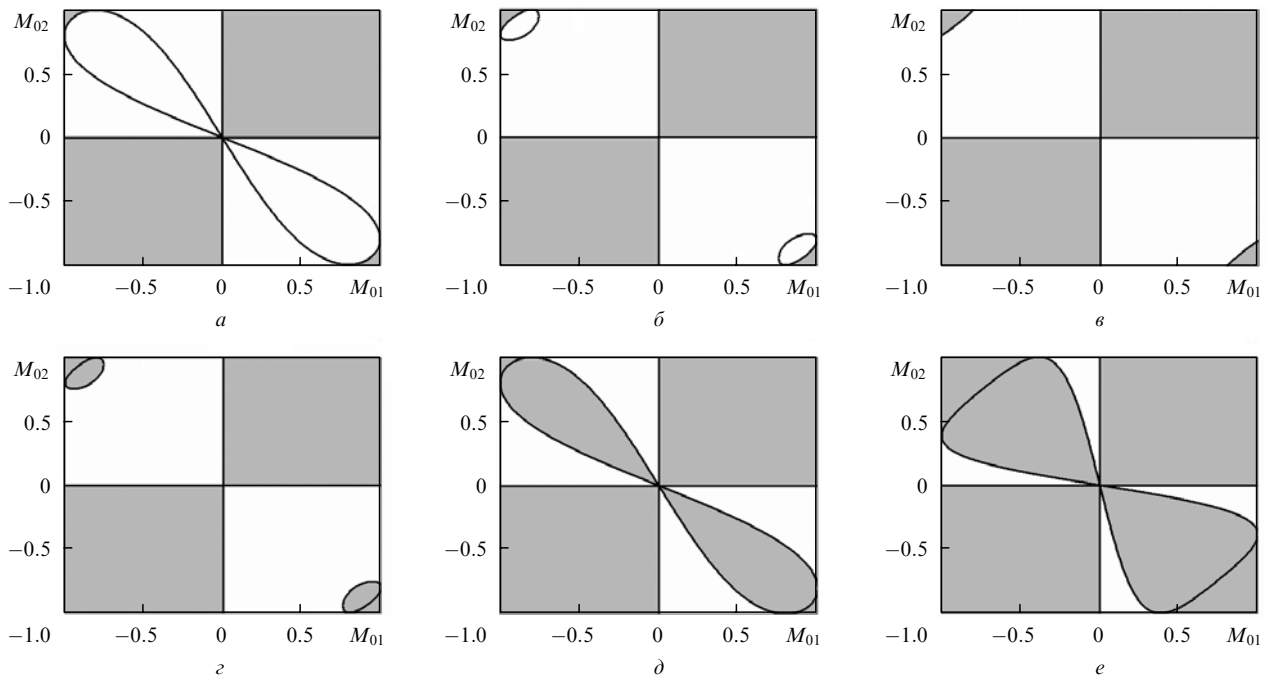


Рис.4. Области, соответствующие различным режимам генерации суммарной частоты, в которых  $k_2/k_1 = 2$  и  $\Psi_2 = \pi/2$  (а),  $\pi/3$  (б),  $\pi/4$  (в) и  $\pi/6$  (г), а также  $\Psi_2 = 0$  и  $k_2/k_1 = 2$  (д) и 5 (е).

ными направлениями вращения вектора электрического поля является отрицательность произведения  $M_{01}M_{02}$ .

#### 4. Заключение

Описанные выше поляризационные эффекты можно наблюдать, используя методику, аналогичную предложенной в работе [15], где анализировалось распределение поляризации в поперечном сечении пучка при самовоздействии света. Исследуемое излучение на частоте  $\omega_{sf}$  пропускается через поляризатор, а затем поперечное распределение его интенсивности фиксируется с помощью CCD-матрицы. Поляризатор вращается с небольшим шагом, и измеряется распределение интенсивности для каждого его положения. По значениям интенсивности, соответствующим различным ориентациям поляризатора и измеренным элементом CCD-матрицы, который расположен в точке, задаваемой вектором  $r$ , можно найти  $I(r)$ ,  $M(r)$  и  $\Psi(r)$ , т. е. определить состояние поляризации светового поля в точке поперечного сечения пучка, где находится этот элемент. Измеренное распределение поляризации будет тем лучше соответствовать реальному, чем больше отдельных элементов включает в себя используемая CCD-матрица. Наиболее подходящие размеры пучка, формируемого на ней, могут быть получены при использовании системы линз.

Напомним, что мощность сигнала на суммарной частоте и форма зависимости интенсивности от полярного радиуса определяются не только поляризацией волн накачки и соотношением их волновых чисел, задающих интересующий экспериментатора характер изменения поляризации в плоскости поперечного сечения. Мощность также зависит от интенсивностей и радиусов пучков основного излучения, отношения их дифракционных длин, расстройки волновых векторов  $\Delta k$ , положения перетяжек пучков в толще среды и ее длины. Оптимальный выбор этих параметров для регистрации сигнала подробно обсуждается в [7]. При наиболее благоприятных условиях

рассмотренная схема генерации суммарной частоты может оказаться даже более эффективной, чем несинхронный процесс трехволнового смешения в неколлинеарной геометрии. Проведенные в [7] расчеты показали, что для коллинеарной геометрии длина когерентного взаимодействия в области квазисинхронизма может достигать величины  $(k_1 + k_2)w_1^2w_2^2/[2(w_1^2 + w_2^2)]$ , в то время как при сильно неколлинеарном взаимодействии она, как правило, имеет порядок  $1/(k_1 + k_2)$ . Поэтому эффективность за счет увеличения длины синхронизма возрастет примерно в  $(k_1 + k_2)^2w_1^2w_2^2/(w_1^2 + w_2^2)$  раз. Дополнительное увеличение может быть связано с оптимизацией всех параметров излучения и среды.

Полученные результаты позволяют утверждать, что пучок на суммарной частоте всегда неоднородно поляризован в плоскости поперечного сечения (даже в самом простом случае, когда принимается во внимание только локальная квадратичная восприимчивость, используется линейная поляризация волн основного излучения при коллинеарной геометрии взаимодействия пучков). Это обстоятельство опровергает распространенное мнение о слабом или незначительном изменении поляризации в нелинейных оптических процессах. Более того, наши предварительные исследования показали, что подобные рассмотренным выше резкие зависимости интенсивности, параметров эллипса поляризации, а также угла, задающего ориентацию вектора напряженности электрического поля в фиксированный момент времени, от поперечных координат возникают в различных задачах нелинейной оптики. Среди них можно упомянуть генерацию второй гармоники от хиральной поверхности, самофокусировку и компрессию эллиптически поляризованных световых пучков и импульсов в изотропной оптически активной среде. Несмотря на это, в настоящее время в большинстве известных практических приложений используется интенсивность сигнальной волны, а не ее поляризация. Причина этого – то же заблуждение относительно неизменности поляризации в нелинейных оптиче-

ских взаимодействиях. Результаты настоящей работы, безусловно, стимулируют дополнительный поиск возможных приложений. Тем не менее информация о том, что пучок неоднороден, крайне важна для более точного вычисления его интегральных параметров, необходимых для оптимизации работы устройств квантовой электроники.

Обсуждаемые результаты представляют также несомненный интерес для задач нелинейной лазерной спектроскопии, когда возникает необходимость проанализировать вклад отдельных компонент тензоров локальных или нелокальных нелинейных восприимчивостей в исследуемый процесс взаимодействия волн. Получение спектроскопической информации в этом случае основано на сопоставлении результатов измерения интенсивности сигнальной волны при специальных ориентациях поляризатора, через который она проходит (аналогично тому, как измеряются параметры Стокса). В частности, в эксперименте по генерации суммарной частоты (в геометрии, рассмотренной в настоящей работе) будут измеряться такие интенсивности, усредненные по некоторой области поперечного сечения пучка. Ввести средние значения интенсивности, степени эллиптичности и угла поворота главной оси эллипса поляризации можно при помощи разных формул, различающихся весовым множителем в подынтегральном выражении. В случае резкого изменения  $I(r)$ ,  $M(r)$  и  $\Psi(r)$ , задаваемых формулами (11)–(13), эти средние значения могут существенно меняться с увеличением размера области интегрирования. Учет данного обстоятельства особенно важен в случае локальных измерений нелинейных восприимчивостей, например в пространственно неоднородных средах, а также измерений, проводимых вблизи температуры фазового перехода в жидких кристаллах, на основе которых можно получить уникальную информацию о физике жидкокристаллического состояния.

Проведенное исследование позволяет сделать вывод о наличии жесткой связи между поляризациями и волновыми числами волн основного излучения и поперечной структурой поля пучка на суммарной частоте. В настоящей работе она найдена только для коллинеарно распро-

страняющихся в нелинейной изотропной гиротропной среде однородно поляризованных гауссовых пучков. Полученные результаты перспективны с точки зрения разработки новых методов создания неоднородно поляризованных пучков с заданной поперечной структурой, резко меняющейся на относительно небольших масштабах. Последнего трудно добиться стандартными методами линейной оптики. Отдельной интересной задачей является нахождение оптимальных неоднородных распределений поляризации волн основного излучения, позволяющих генерировать в широком диапазоне параметров сигнальную волну на суммарной частоте с однородным распределением требуемой поляризации.

Авторы благодарны С.А.Магницкому за полезные обсуждения и Е.А.Хазанову за ценные критические замечания.

1. Шен И.Р. *Принципы нелинейной оптики* (М.: Наука, 1989).
2. Ландсберг Г.С. *Оптика* (М.: Наука, 1976).
3. Макаров В.А. *Автореф. канд. дис.* (МГУ, 1998).
4. Волков С.Н., Коротеев Н.И., Макаров В.А. *ЖЭТФ*, **113**, 1261 (1998).
5. Волков С.Н., Коротеев Н.И., Макаров В.А. *Оптика и спектроскопия*, **85**, 309 (1998).
6. Balakin A.V., Boucher D., Masselin P., Fertein E., Pakulev A.V., Resniansky A.Yu., Shkurinov A.P., Korotееv N.I. *Opt. Commun.*, **141**, 343 (1997).
7. Korotееv N.I., Makarov V.A., Volkov S.N. *Laser Phys.*, **9**, 655 (1998).
8. Rentzepis P.M., Giordmaine J.A., Wecht K.W. *Phys. Rev. Lett.*, **16**, 792 (1966).
9. Belkin M.A., Kulakov T.A., Ernst K.-H., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 4474 (2000).
10. Belkin M.A., Han S.H., We X., Shen Y.R. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 113001-1 (2001).
11. Fischer P., Wiersma D.S., Righini R., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 4253 (2000).
12. Champagne B., Fischer P., Buckingham A.D. *Chem. Phys. Lett.*, **331**, 83 (2000).
13. Belkin M.A., Kulakov T.A., Ernst K.-H., et al. *Opt. Mater.*, **21**, 1 (2002).
14. Fischer P., Beckwit K., Wis S.W., Albrecht A.C. *Chem. Phys. Lett.*, **352**, 463 (2002).
15. Gahl A., Aumann A., Moeller M., Lange W. *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, **1**, 121 (1999).